

,Contrat doctoral – ED Galilée

Titre du sujet : Groupes fondamentaux étales de courbes sur des corps finis : représentations et produits de Massey

- Unité de recherche : UMR 7539
- Discipline : Mathématiques
- Direction de thèse : Olivier Wittenberg (la direction de thèse sera passée à Federico Scavia dès qu'il obtient son HDR en 2025-2026)
- Contact : Federico Scavia, Université Sorbonne Paris Nord, 99, avenue Jean-Baptiste Clément, Villetaneuse, 93430, Bureau D 316. Email : scavia@math.univ-paris13.fr
- Domaine de recherche : Théorie des nombres et géométrie arithmétique
- Mots clés : Représentations, groupes profinis, groupes fondamentaux étales, groupes de Galois, problèmes de relèvement, produits de Massey, formalité, courbes elliptiques, cohomologie galoisienne, cohomologie des groupes.

Soit π le groupe fondamental étale d'une courbe projective lisse sur un corps fini F , et soit ℓ un nombre premier différent de la caractéristique de F . Le but de ce projet de thèse est d'étudier les représentations continues de π à coefficients modulo ℓ . Par exemple, quand se relèvent-elles en représentations modulo ℓ^2 ? Que peut-on dire sur le principe local-global pour ce problème de relèvement ? Le meilleur résultat possible serait une classification complète des représentations qui se relèvent modulo ℓ^2 .

Nous étudierons également les produits de Massey dans la cohomologie modulo ℓ de π . Il s'agit également d'un problème de relèvement, mais de type assez différent parce que dans ce cas le noyau n'est pas abélien. Un cas particulier de cette question a été déjà considéré dans un article de Bleher–Chinburg–Gillibert, où les produits de Massey triples ont été étudiés pour les courbes elliptiques sur des corps finis, et des calculs ont été réalisés en termes d'action de Galois sur les points de torsion de la courbe elliptique.

En cohomologie galoisienne — c'est-à-dire lorsque π est le groupe de Galois absolu d'un corps — de nombreux progrès ont été réalisés sur ces questions, et une vision assez complète est en train d'émerger. Le cas des corps de nombres est particulièrement intéressant et est moralement lié au cas considéré dans cette thèse. En cohomologie galoisienne, les démonstrations sont très algébriques, utilisent un peu de géométrie algébrique, mais sont indépendant de l'arithmétique du corps de base. Pour les courbes sur des corps finis, la géométrie de la courbe (et de sa jacobienne), ainsi que l'arithmétique du corps de base, joueront un rôle très important.