

## Contrat doctoral – ED Galilée

**Titre du sujet :** Localisation et statistiques spectrales pour des modèles aléatoires unitaires

- Unité de recherche : LAGA, UMR 7539
- Discipline : Mathématiques
- Direction de thèse : BOUMAZA Hakim
- Contact : boumaza@math.univ-paris13.fr
- Domaine de recherche : Physique Mathématiques
- Mots clés : Probabilités, Théorie spectrale, Modèles unitaires aléatoires

### Résumé du sujet de thèse :

Dans un cristal idéal, où les atomes sont disposés de manière périodique, les électrons peuvent se déplacer librement, ce qui permet au cristal de se comporter comme un conducteur pour certaines énergies appartenant au spectre. Cependant, les cristaux réels contiennent toujours des défauts de périodicité qui modifient leurs propriétés physiques. En 1958, Anderson a proposé un modèle introduisant de l'aléa dans l'équation de Schrödinger pour décrire ces défauts. Ce modèle met en évidence la localisation d'Anderson : au-delà d'un certain niveau de désordre, les électrons cessent de se déplacer librement et restent confinés, transformant le matériau en isolant.

Mathématiquement, ce phénomène est bien compris pour les opérateurs auto-adjoints, notamment pour les opérateurs unidimensionnels et quasi-unidimensionnels. Il existe aussi des résultats pour des opérateurs unitaires, mais certaines situations importantes, comme celles impliquant des variables de Bernoulli (aléa singulier), restent mal comprises dans ce cadre unitaire. Deux méthodes principales permettent d'étudier la localisation : l'analyse multi-échelle et la méthode des moments fractionnaires. La première est plus générale et permet de traiter des aléas singuliers, mais elle n'est pas encore pleinement développée dans le cadre unitaire.

Une fois la localisation établie, on s'intéresse aux statistiques des valeurs propres. Dans le régime localisé, celles-ci deviennent asymptotiquement indépendantes et suivent une statistique de Poisson. Cependant, ces résultats sont encore largement inconnus pour les modèles unitaires, sauf dans le cas particulier des matrices CMV. Les objectifs principaux de la thèse sont donc de développer l'analyse multi-échelle pour les opérateurs unitaires, de démontrer la localisation d'Anderson pour certains de ces modèles dans le cas d'un aléa de Bernoulli (Anderson unitaire, scattering zipper, marches quantiques dans un environnement aléatoire), et d'étudier les statistiques spectrales associées, afin de montrer la convergence vers un processus de Poisson.